TAREA 1

MULTIPLICANDO VECTORES

Considere dos vectores genéricos expresados con sus componentes cartesianas:

$\mathbf{A} = A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k} \Rightarrow$ su magnitud es: $A = \left[(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2\right]^{1/2}$

$\mathbf{B} = B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k} \Rightarrow$ su magnitud es: $B = \left[(B_x)^2 + (B_y)^2 + (B_z)^2\right]^{1/2}$

PRODUCTO ESCALAR

El producto escalar de dos vectores **A** y **B**, también llamado producto punto o producto interno se define como

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = A\,B\cos\theta$$

Donde A y B son las magnitudes de los vectores y es el ángulo entre ambos vectores

Cuando se conocen las componentes de los vectores, la expresión del producto escalar es:

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = (A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}) \bullet (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$$

Aplique la propiedad distributiva de la multiplicación y la definición de producto escalar para encontrar la expresión final del producto escalar **A ● B** por componentes.

Su tarea es:

1. Desarrollar $(A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}) \bullet (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$ y resolver los productos escalares entre vectores unitarios para obtener el resultado que se pide

AYUDA: Al aplicar la propiedad distributiva se obtienen nueve (9) términos, cada uno de ellos con tres factores: dos componentes y el producto escalar de los vectores unitarios. Recuerde además que **i**, **j** y **k** son perpendiculares entre sí. Por lo tanto

$A_x\,\mathbf{i} \bullet B_x\,\mathbf{i} = A_x B_x\,(\mathbf{i} \bullet \mathbf{i}) = A_x B_x$

$A_x\,\mathbf{i} \bullet B_y\,\mathbf{j} = A_x B_y\,(\mathbf{i} \bullet \mathbf{j}) = 0$

PRODUCTO VECTORIAL

La magnitud del producto vectorial de los vectores **A** y **B**, también llamado producto cruz se define como

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = A\,B\,\mathrm{sen}\,\theta$$

El producto vectorial de los vectores **A** y **B** dados por componentes es:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}) \times (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$$

Su tarea es:

2. Desarrollar $(A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k}) \times (B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k})$, nuevamente va a obtener nueve términos, cada uno con productos vectoriales entre vectores unitarios. Resolverlos y agrupar términos semejantes para obtener el resultado que se pide

AYUDA*:* al efectuar los productos vectoriales entre los vectores unitarios se obtiene:

$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$ $\quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$ $\quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$ $\quad \mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0$ $\quad \mathbf{j} \times \mathbf{j} = 0$ $\quad \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$

$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$ $\quad \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathrm{i}$ $\quad \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$

De esta manera:

$(A_x\,\mathbf{i}) \times (B_x\,\mathbf{i}) = A_x B_x\,(\mathbf{i} \times \mathbf{i}) = 0$

$(A_x\,\mathbf{i}) \times (B_y\,\mathbf{j}) = A_x B_y\,(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) = (A_x B_y)\,\mathbf{k}$; ……. ,y, así sucesivamente

3. Dados dos vectores **F** = 2 **i** + 4 **j**+ -4 **k**) y **G** = 3 **i** + 4 **j**), calcule:

3.1 El producto escalar entre los vectores **F** y **G**

3.2 El ángulo entre ambos vectores

3.3 El producto vectorial de los mismos vectores **F** y **G**

4. Un avioneta vuela en dirección norte con rapidez Va = 72 km/h cuando comienza a soplar un viento del noreste de intensidad Vv = 18 km/h.

4.1 Dibuje la situación física, indicando los vectores velocidad inicial de la avioneta y velocidad del viento

4.2 Exprese las velocidades **V**a y **V**v en función de sus componentes

4.3 Calcule la velocidad resultante **V** sobre la avioneta

4.4 Determine la dirección de la velocidad resultante **V** <u>referida al norte</u>